

УДК 622.817

Ю.И. Кияшко, А.П. Круковский,  
В.В. Круковская, Р.А. Дякун  
(ИГТМ НАН Украины);  
В. И. Сулаев (НГУ)

**К РЕШЕНИЮ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ДВИЖЕНИЯ МЕТАНО-  
ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В НЕГЕРМЕТИЧНОМ ТРУБОПРОВОДЕ  
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Виведені формули для обчислення матриці опору трубопроводу руху метано-повітряної суміші, необхідні при використанні методу кінцевих елементів для розв'язання задачі руху МПС у негерметичному трубопроводі.

**TO DECISION OF THE NONLINEAR TASK OF THE METHANE-AIR  
MIX MOVEMENT IN UNTIGHT PIPELINE BY THE METHOD OF  
FINITE ELEMENTS**

Formulas for calculation of a resistance matrix of the pipeline to movement of the methane-air mix, necessary at using a method of finite elements for the decision of the task of the methane-air mix movement in not untight pipeline.

При разработке угольных пластов происходит увеличение их абсолютной метанообильности в связи с переходом добычных работ на большие глубины (свыше 800 метров от земной поверхности). Это приводит к ухудшению условий работы горняков и к вынужденному уменьшению нагрузок на лавы из-за ограниченных возможностей вентиляции по удалению метана, что, в свою очередь, неприемлемо в современных рыночных условиях, вследствие увеличения себестоимости отгружаемого потребителям угля. Альтернативой сложившемуся положению стало проведение дегазационных мероприятий подземным спо-

собом по разрабатываемым пластам, их спутникам и газонасыщенным песчаникам. Существенное уменьшение себестоимости рядового угля возможно путём использования энергии попутно добываемого газа-метана внутренними энергопотребителями горного предприятия, либо реализацией её на теплоэнергетическом рынке страны. Поэтому актуальным становится внедрение энергетических установок (ЭУ) в горную промышленность. Для внедрения ЭУ следует объединить такие технологические процессы, как добыча угля, дегазация газонасыщенных объектов, доставка метана к ЭУ и его утилизация с получением полезной энергии. Из практики ведения дегазационных работ установлено, что количество добываемого метана соизмеримо с количеством воздуха в метано-воздушной смеси (МВС) [1], что указывает на большие потери концентрации МВС при транспортировке газа по дегазационному трубопроводу.

В данной работе рассматривается процесс транспортировки МВС по дегазационному трубопроводу от дегазационных скважин добычного участка до ЭУ.

В связи с выше перечисленными фактами, на современных угольных шахтах для обеспечения основных технологических процессов и создания безопасных условий работы персонала большое значение имеет вопрос повышения эффективности функционирования дегазационных систем. Понятие дегазационная система объединяет комплексы дегазационных скважин, пробуренных в окрестности действующих лав, сам трубопровод, вакуум-насосную станцию (ВНС) и ЭУ (рис. 1).

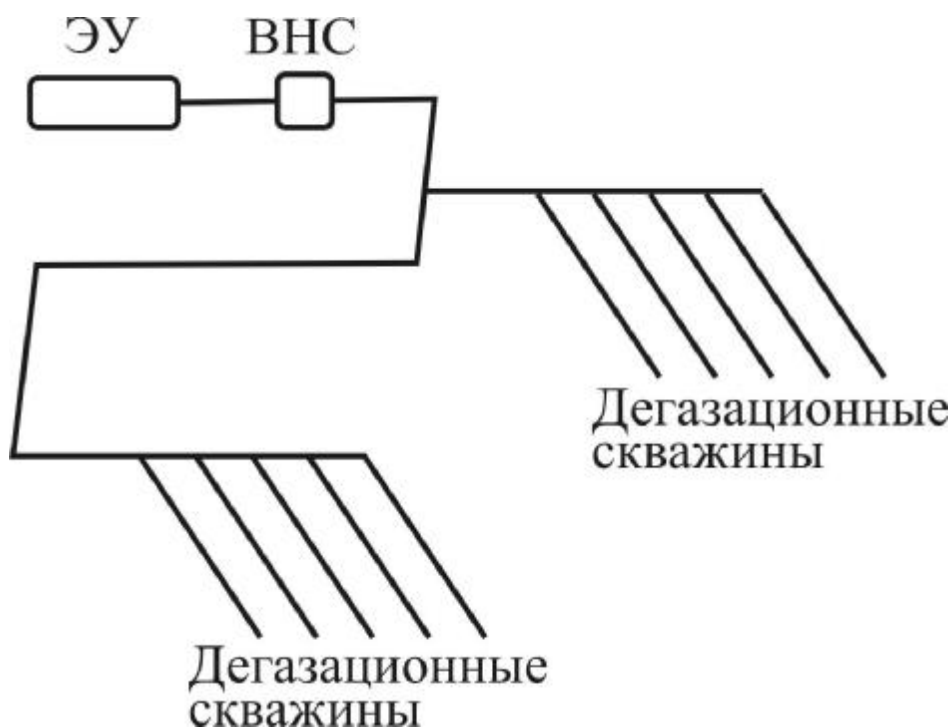


Рис. 1 – Схема дегазационной системы

Для обеспечения работы ЭУ важно, чтобы в трубопроводе, на выходе из ВНС, МВС имела необходимую концентрацию. Это труднодостижимо по нескольким причинам. Во-первых, из-за подсосов воздуха из горных выработок в

связи с не надлежащей герметичностью дегазационного става и дегазационных скважин. Количество воздуха, попадающего в газопровод, зависит от разности давлений, диаметра труб, типа соединений участков трубопровода и т.д. Во-вторых, из-за того, что через поврежденные после отхода лавы дегазационные скважины, в дегазационную систему начинает попадать метано-воздушная смесь с низкой концентрацией метана.

Уравнения движения МВС на участке негерметичного трубопровода, учитывающие подсос воздуха через неплотности, равномерно распределенные по длине газопровода и зависящие от атмосферного давления в выработке, были получены Цейтлиным Ю.А. [1]:

$$dp = -\frac{\lambda}{D} \frac{\rho v^2}{2} dl,$$

$$dQ = b(p_0 - p)dl,$$

где  $dl$  – длина элементарного участка газопровода, м;  $dp$  – изменение давления на этом участке, Па;  $\rho$  – плотность МВС, кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda$  – коэффициент Дарси трубопровода;  $v$  – средняя скорость потока МВС, м/с;  $D$  – внутренний диаметр участка трубопровода, м;  $dQ$  – изменение расхода, м<sup>3</sup>/с  $p_0$  – атмосферное давление в выработке, Па;  $b$  – параметр, определяющий степень негерметичности рассматриваемого участка трубопровода.

Скорость движения МВС равна

$$v = -k_{comp} \frac{dp}{dl},$$

где  $k_{comp}$  – коэффициент сопротивления, учитывающий шероховатость и наличие воды на этом участке.

Решим задачу, используя численные методы, в частности – метод конечных элементов. Метод конечных элементов сегодня является не только мощным методом расчета, но и средством математического моделирования самых разнообразных физических процессов. По этому методу исследуемая область заменяется дискретной, состоящей из конечных элементов (прямоугольных, треугольных, стержневых и др.), связанных между собой в узлах. Сначала рассматривается каждый элемент по отдельности, и изучаются его свойства независимо от других. Затем элементы объединяются, и удовлетворяются условия непрерывности внутри области и глобальные граничные условия на ее границе. Таким образом, применительно к задачам газодинамики, появляется возможность учитывать сложные граничные условия и разнообразные свойства каждого отдельного участка газопровода, такие как диаметр, длина, коэффициент сопротивления, вызванного шероховатостью труб и наличием в них воды, и сопротивление, обусловленное углом поворота участка трубопровода.

Основная концепция метода конечных элементов состоит в аппроксимации искомой непрерывной функции набором простых, кусочно-непрерывных функций, заданными над ограниченными областями – конечными элементами.

Разобьем исследуемую систему (см. рис.1) на  $N$  стержневых конечных элементов с узлами  $x_i, y_i, x_j, y_j$ , где  $i, j$  изменяются в пределах от 0 до  $N$ . Учитывать сопротивление, обусловленное углом поворота участка трубопровода будем через узловые коэффициенты  $k^{nos}_i$ .

Рассмотрим один из этих конечных элементов в локальной системе координат. Локальная координата  $l$  выражается через глобальные координаты  $x$  и  $y$  следующим образом:

$$l = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}.$$

Причем в точке  $(x_i, y_i)$   $l_i = 0$ , а в точке  $(x_j, y_j)$   $l_j = L$  – длине стержневого элемента.

Будем считать, что давление  $p$  метано-воздушной смеси (МВС) в узлах  $i, j$  аппроксимируется линейной функцией:

$$p = a_1 + a_2 l, \quad (1)$$

или в матричной форме:

$$\{P\} = [A]\{a\}, \quad (2)$$

где

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & l_i \\ 1 & l_j \end{bmatrix}.$$

Из выражения (2) следует, что

$$\{a\} = [A]^{-1}\{P\}. \quad (3)$$

В результате решения системы линейных уравнений (3) получим:

$$a_1 = p_i; \quad a_2 = \frac{p_j - p_i}{L}$$

При подстановке значений  $a_1, a_2$  в (1) получим давление МВС в узлах элемента. Чтобы перейти от значений функции  $P$  в узлах к ее значению в произ-

вольной точке данного элемента с координатами  $x, y$ , вводятся так называемые функции формы. С их помощью давление  $p$  выражается следующим образом:

$$p = N_i p_i + N_j p_j, \quad (4)$$

где  $N_i, N_j$  - функции формы (влияния узлов):

$$N_i = \frac{L-l}{L};$$

$$N_j = \frac{l}{L}.$$

Причем  $N_i + N_j = 1$  в любой точке элемента, и  $N_i = 1$  в  $i$ -ом узле,  $N_i = 0$  в  $j$  узле,  $L$  - длина конечного элемента.

Градиент давления определяется при дифференцировании выражения (4):

$$I_l = \frac{\partial p}{\partial l} = \frac{\partial N_i}{\partial l} p_i + \frac{\partial N_j}{\partial l} p_j = \frac{1}{L} (-p_i + p_j).$$

Или в матричной форме:

$$I = \{B\}\{P\}, \quad (5)$$

где

$$\{B\} = \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial l} \quad \frac{\partial N_j}{\partial l} \right\} = \left\{ -\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right\} = \text{const.}$$

Скорость фильтрации  $v$  равна:

$$v = k I = k \{B\}\{P\} \quad (6)$$

Каждый элемент будет иметь узловые расходы метана в единицу времени  $Q_i, Q_j$ . Причем  $Q_j = Q_i + Q_{\Pi}$ , где  $Q_{\Pi}$  - удельный подсос воздуха на участке, описываемом данным конечным элементом.

Связь между узловыми расходами и узловыми давлениями устанавливается согласно известному принципу возможных вариаций напоров: в замкнутой области установившегося потока при возможном бесконечно малом изменении давлений дополнительная работа потока на замкнутом контуре должна быть равна соответствующей дополнительной работе в пределах области [2, 3].

Этот принцип является одной из возможных физических интерпретаций известного в вариационном исчислении способа решения дифференциальных уравнений с заданными граничными условиями путем минимизации функционала.

Дополнительная работа потока на контуре  $A_K$  равна сумме произведений узловых расходов и вариаций давлений:

$$A_K = \{Q\}^T \{\partial p\}. \quad (7)$$

Вариация градиента давления равна (из соотношения (5)):

$$\partial I = \{B\} \{\partial p\}. \quad (8)$$

Дополнительная работа потока в пределах элемента  $A_{BH}$  равна интегралу по объему элемента от произведения скорости на вариации градиентов давления:

$$A_{BH} = \int_V (v \partial I) dv = \frac{\pi D^2 L}{4} \int_0^L (v \partial I) dl. \quad (9)$$

Разбиение интеграла по длине (площади, объему) на сумму интегралов по элементам дает возможность учитывать свойства каждого элемента в отдельности. Это является важной особенностью метода конечных элементов.

Приравнивая выражения (7) и (9), и при подстановке в них выражений (6) и (8) получим:

$$\{Q\} = \frac{\pi D^2 k}{4} \int_0^L \{B\}^T \{B\} \{P\} dl. \quad (10)$$

Или

$$\{Q\} = [K] \{P\},$$

где  $[K]$  – матрица сопротивления элемента трубопровода потоку МВС, представляющая собой набор коэффициентов системы линейных уравнений, связывающих  $n$  узловых давлений с  $n$  узловыми расходами. После преобразований она имеет вид:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{\pi D^2 k}{4L} & -\frac{\pi D^2 k}{4L} \\ -\frac{\pi D^2 k}{4L} & \frac{\pi D^2 k}{4L} \end{bmatrix}.$$

Затем формируется глобальная матрица сопротивления для всей системы, характеризующая пропускную способность газопровода. Это позволяет, задав граничные условия (давление и концентрацию метана в скважинах, мощность ВНС), получить давление, концентрацию МВС, скорость ее движения и расход в каждом сечении газопровода.

Решив задачу таким образом, можно определить факторы, наиболее влияющие на качество МВС в сети, после чего решать инженерные задачи оптимизации ведения и проектирования дегазационных работ с учетом процесса ведения добычи угля.

Предварительная оценка параметров движения МВС в негерметичном трубопроводе свидетельствует о следующих связях между ними:

концентрация метана в МВС на выходе из трубопровода зависит от его протяженности, что видно из матрицы сопротивления участка газопровода, и диаметра, т.к. количество подсасываемого извне воздуха  $Q_{II}$  есть функция от числа стыков на единицу длины и диаметра участка трубопровода  $Q_{II} = f(n_{стык}, D)$ . Поэтому диаметр можно назвать основным «газовым» показателем, характеризующим уровень удельной негерметичности;

концентрация метана в МВС находится в сложной нелинейной связи с комплексом дифференциальных характеристик газопровода и среды, в которой он расположен. К таким характеристикам относятся следующие: конфигурация и качество трубопровода, его шероховатость, обводненность, количество и углы поворота, типы соединений и другие факторы, учитываемые при помощи коэффициентов  $k$  в матрице сопротивления трубопровода и узловых коэффициентов  $k^{нов}$ . Адекватное решение поставленной задачи может быть получено только путем решения системы дифференциальных уравнений, связывающей воедино законы движения МВС по каждому из участков газопровода со своими характеристиками.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ю.А. Цейтлин. Анализ течения метано-воздушной смеси по негерметичному газопроводу. - Горная электромеханика и автоматика: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – 1977. – Вып. 30.
2. Амусин Б.З., Фадеев А.Б. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики. – М. Недра, 1975. – 144 с.
3. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М: Недра, 1987. – 224 с.